



UNIDAD EDUCATIVA MONTE TABOR – NAZARET
Área de Matemáticas
2015 - 2016
Ecuaciones cuadráticas

CURSO: I Bachillerato

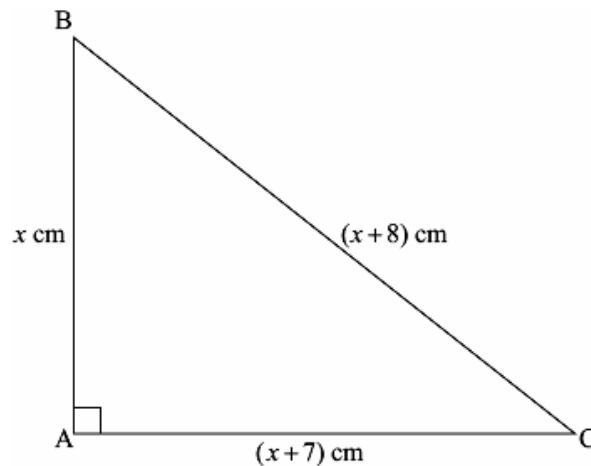
FECHA: 22 de junio de 2015

TEMA: APLICACIONES EN PROBLEMAS

Hay problemas de la vida diaria, o aplicados a ciertas especializaciones que se resuelven por medio de ecuaciones cuadráticas. Presentaremos un par de ejemplos en los que se apliquen las ecuaciones cuadráticas.

EJEMPLO # 1

En el diagrama $\hat{B}AC = 90^\circ$. La longitud de los tres lados son, x cm, $(x + 7)$ cm y $(x + 8)$ cm.



- Escriba y simplifique una ecuación cuadrática en x que relacione los tres lados del triángulo.
- Resuelva la ecuación cuadrática encontrada en la parte (a).
- Escriba el valor del perímetro del triángulo.

SOLUCIÓN

- Podemos relacionar los tres lados por medio del teorema de Pitágoras, que dice: *“el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos”*.

$$(x + 8)^2 = x^2 + (x + 7)^2$$

Resolvemos usando los productos notables.

$$x^2 + 16x + 64 = x^2 + x^2 + 14x + 49$$

$$0 = x^2 - 2x - 15$$

- b) Factorizamos el trinomio, y luego usamos el teorema del factor nulo, que indica: “si dos factores dan como resultado cero, uno de los dos factores debe ser igual a cero, o los dos factores son cero”.

$$\begin{aligned}0 &= (x - 5)(x + 3) \\(x - 5) &= 0 \quad \vee \quad (x + 3) = 0 \\x &= 5 \quad \vee \quad x = -3\end{aligned}$$

Debido a que se trata del lado de un triángulo, su medida no puede ser negativa, por lo tanto se acepta $x = 5$ cm. Cada uno de los lados mide entonces, 5 (x cm), 12 (x + 7) y 13 (x + 8) cm.

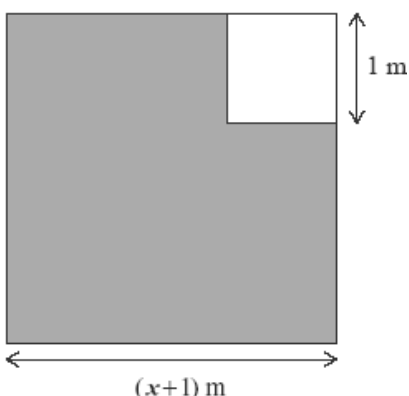
- c) El perímetro es la suma de todos los lados, por lo tanto el perímetro es

$$P = 5 + 12 + 13$$

$$P = 30\text{cm}$$

EJEMPLO # 2

La longitud de un jardín cuadrado es $(x + 1)$ m. En una de las esquinas se deja un cuadrado de 1 m de longitud para el pasto. El resto del jardín se planta con rosas y está representado por la región sombreada.



El área de la región sombreada es A.

- Escriba una expresión para el área A, en términos de x.
- Encuentre el valor de x, dado que $A = 109.25 \text{ m}^2$.
- El dueño del jardín coloca una cerca alrededor del área sombreada. Encuentre la longitud de esta cerca.

SOLUCIÓN

- El área de la región sombreada la podemos calcular restando el área del cuadrado mayor, de lado $(x + 1)$ m, menos el área del cuadrado menor, de lado 1 m.

$$A = (x+1)^2 - (1)^2$$

$$A = x^2 + 2x + 1 - 1$$

$$A = x^2 + 2x$$

b) Para calcular el lado x , igualamos el valor del área, A , con su equivalente algebraico.

$$109.25 = x^2 + 2x$$

$$x^2 + 2x - 109.25 = 0$$

$$x = \frac{-(2) \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(-109.25)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-2 \pm 21}{2}$$

$$x_1 = \frac{-2 + 21}{2} \quad x_2 = \frac{-2 - 21}{2}$$

$$x_1 = 9.5 \quad x_2 = -13.5$$

Descartamos el valor negativo, de modo que $x = 9.5$ m

c) La longitud de la cerca es $(x + 1) + (x) + 1 + 1 + (x) + (x + 1) = 4(x + 1) = 4(10.5) = 42$ m

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. La longitud de un lado de un rectángulo es 2 cm más largo que su ancho.

a. Si el lado pequeño mide x cm, encuentre el perímetro del rectángulo en términos de x .

El perímetro de un cuadrado es igual al perímetro de del rectángulo mencionado en la parte (a).

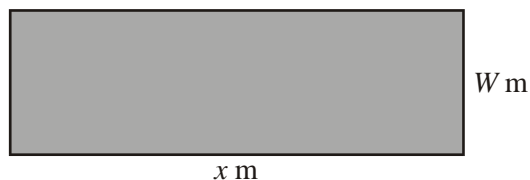
b. Encuentre la longitud de cada lado del cuadrado, en términos de x .

La suma de las áreas del rectángulo y el cuadrado es $2x^2 + 4x + 1$ (cm²)

c. Sabiendo que esta suma es 49 cm², encuentre x .

d. Encuentre el área del cuadrado.

2. El perímetro del campo rectangular mostrado es 220 m. Uno de los lados mostrados mide x .

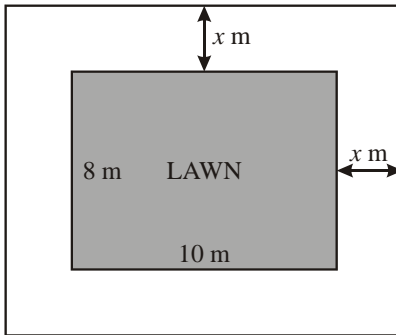


(a) Exprese el ancho (W) en términos de x .

(b) Escriba una expresión, en términos de x solamente, para el área del campo.

(c) Si la longitud x es 70, encuentre el área.

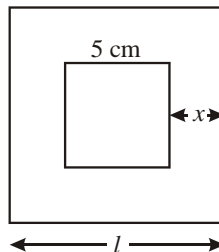
3. El diagrama de abajo muestra un camino de x m de ancho, alrededor de un césped rectangular, el cual mide 10m por 8 m.



(a) Escriba una expresión, en términos de x , para el área del camino.

(b) Calcule el ancho del camino si el área es de 208 m^2 .

4. Una foto tiene la forma de un cuadrado de lado 5 cm. Es rodeado por un marco de madera de ancho x cm, como se muestra en la figura de abajo.



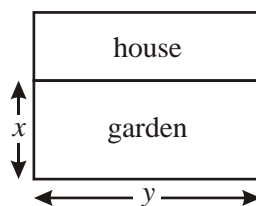
La longitud del marco de madera es l cm, y el área del marco de madera es $A \text{ cm}^2$.

(a) Escriba una expresión para la longitud l en términos de x .

(b) Escriba una expresión para el área A en términos de x .

(c) Si el área del marco es 24 cm^2 , encuentre el valor de x .

5. La sra. Harvey desea poner una cerca de 50 m de largo, alrededor de su jardín rectangular. Ella necesita cercar solamente 3 lados porque el otro lado está junto a su casa.



El ancho del jardín es representado por x , y la longitud por y .

- (a) Escriba una expresión para y en términos de x .
- (b) Escriba una expresión para el área, A , del jardín en términos de x .
- (c) Si el área es 200 m^2 , encuentre las dimensiones del jardín.

6. Un grupo de personas rentan un bus en \$ 160 para realizar un viaje a la playa. A último momento ocho de ellos se enferman y no podrán ir en el viaje. Como consecuencia, el grupo que sí va debe hacer un pago de \$ 1 extra.
 - a) Exprese en una ecuación el número de personas iniciales que iban, el pago inicial por cada persona, y el pago total.
 - b) Exprese en una ecuación el número de personas van, disminuyendo los ocho que no van, el pago por cada persona, agregando el dólar extra que debe pagar cada uno, y el pago total.
 - c) Calcule cuántas personas fueron en el viaje, utilizando las dos ecuaciones anteriores.

7. De una cartulina rectangular (fig. 1) se recortan en las esquinas cuatro triángulos isósceles congruentes entre sí.

- a) Represente con una variable cualquiera a los lados iguales de los triángulos cortados.
- b) Calcule el área de los cuatro triángulos, y del rectángulo original.
- c) Si el área de los cuatro triángulos debe ser igual al 25% del área total del rectángulo, encuentre los lados iguales de los triángulos.

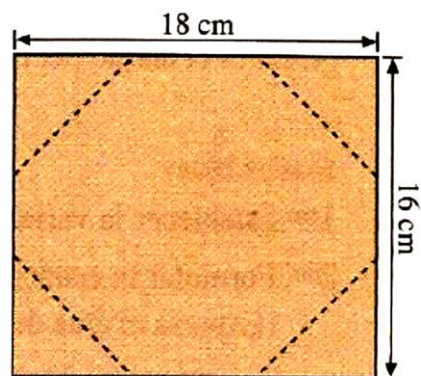


Fig. 1

8. El perímetro de un rectángulo mide 49 cm, y su área mide 111 cm^2 .
 - a) Sea L el largo del rectángulo, y sea H el alto del rectángulo, exprese el perímetro del rectángulo en términos de L y H .
 - b) Escriba una ecuación para el área del rectángulo, en términos de L y H .

- c) Despeje una de las variables en la ecuación del área, y reemplace en la ecuación del perímetro.
 - d) Elimine el denominador usando el concepto del mcm y resuelva la ecuación cuadrática que resulta.
 - e) Escriba las longitudes del largo y del alto del rectángulo.
9. En un almacén un reproductor de BR cuesta normalmente \$ 300. A este precio se venden por semana 15 reproductores. Si el precio se reduce en \$ 10 por cada unidad, las ventas aumentan en 2 unidades por cada semana.
- a) Escriba una expresión que relacione el número de reproductores con el precio por cada reproductor y el precio total a cancelar.

Sea x el número de reproductores que se incrementan en las ventas, y sea B el ingreso obtenido por la venta de los reproductores.

- b) Escriba una expresión que muestre el número de reproductores que se incrementan, mientras se reduce el precio.

Si se desean obtener ingresos semanales de \$ 7 000.

- c) Escriba una ecuación que relacione el precio reducido por cada reproductor, el número incrementado de los reproductores con el ingreso a obtener.
- d) Resuelva la ecuación encontrada en el literal (c) y encuentre cuál es el precio de cada reproductor.

Referencias Bibliográficas.

IBO (2013). IB Question Bank. Third Edition. United Kingdom.

Haese R. et al. (2012). Mathematics for the International Student. Mathematics SL Third Edition. Haese Mathematics. Australia.

Swokowski & Cole. (2011). Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica. Edición 13. Editorial Cengage. México.

Kleitt. (2012). Matemáticas para todos 3. Perú.